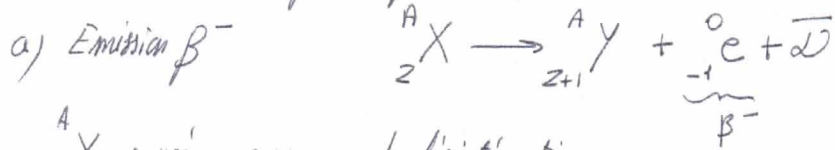


1) Relation de masses entre "père et fils"



${}^A_Z X$ super au repos avant d'intégration

$\bar{\nu}$ pas de masse

\Rightarrow es de l'énergie totale:

$\frac{A}{Z} \Pi_C^* = \frac{A}{Z+1} \Pi_C^* + m_e c^2 + T_{\beta^-} + T_{\bar{\nu}} + T_{recoil} + W_{ex}$

MOYENNE DES MOYENS (pointing to Π_C^*)

Treuil / d'élion (pointing to T_{β^-})

W_{ex} d'élion (pointing to W_{ex})

Ed'ionisation du fils (pointing to W_{ex})

on recit $\frac{A}{Z} \Pi_C^* = \frac{A}{Z+1} \Pi_C^* + m_e c^2 + (T_{\beta^-})_{mar} + W_{ex}$

rejoins Z électrons : moyenné \Rightarrow atomes neutres.

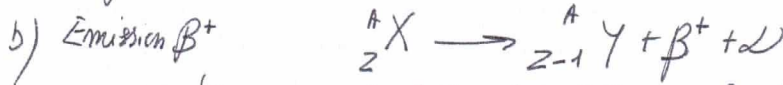
$(\frac{A}{Z} \Pi_C^* + Z m_e c^2)^2 = (\frac{A}{Z+1} \Pi_C^* + (Z+1) m_e c^2)^2 + (T_{\beta^-})_{mar} + W_{ex}$

$\frac{A}{Z} \Pi_C^2 + B_e(Z) = \frac{A}{Z+1} \Pi_C^2 + B_e(Z+1) + (T_{\beta^-})_{mar} + W_{ex}$

\leftarrow ϵ total de transitions des électrons atomiques $\sim keV \ll MeV$

$\frac{A}{Z} \Pi_C^2 = \frac{A}{Z+1} \Pi_C^2 + (T_{\beta^-})_{mar} + W_{ex}$

soit au final $\frac{A}{Z} \Pi_C^2 - \frac{A}{Z+1} \Pi_C^2 \geq 0$

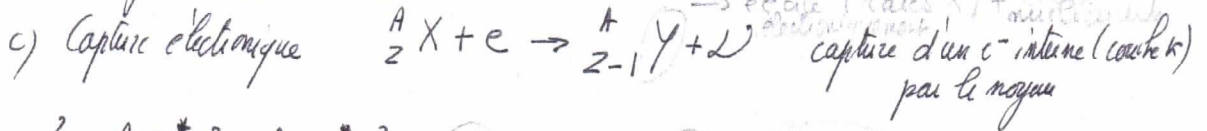


\Rightarrow es de l'énergie $\frac{A}{Z} \Pi_C^* = \frac{A}{Z-1} \Pi_C^* + m_e c^2 + (T_{\beta^+})_{mar} + W_{ex}$

$(\frac{A}{Z} \Pi_C^* + Z m_e c^2)^2 = (\frac{A}{Z-1} \Pi_C^* + (Z-1) m_e c^2)^2 + 2 m_e c^2 + (T_{\beta^+})_{mar} + W_{ex}$

$\frac{A}{Z} \Pi_C^2 = \frac{A}{Z-1} \Pi_C^2 + 2 m_e c^2 + (T_{\beta^+})_{mar} + W_{ex}$

soit au final $\frac{A}{Z} \Pi_C^2 - \frac{A}{Z-1} \Pi_C^2 \geq 2 m_e c^2$



$m_e c^2 + \frac{A}{Z} \Pi_C^* = \frac{A}{Z-1} \Pi_C^* + T_{\nu} + T_{recoil} + W_{ex} + B_K(Z-1)$

$(\frac{A}{Z} \Pi_C^* + Z m_e c^2)^2 = (\frac{A}{Z-1} \Pi_C^* + (Z-1) m_e c^2)^2 + T_{\nu} + W_{ex} + B_K(Z-1)$

$$\frac{A}{Z} \Pi C^2 + B_e(Z) = \frac{A}{Z-1} \Pi C^2 + B_e(Z-1) + T_{\alpha} + W_{\text{e}\nu} + B_K(Z-1)$$

$$\frac{A}{Z} \Pi C^2 = \frac{A}{Z-1} \Pi C^2 + B_K(Z-1) + T_{\alpha} + W_{\text{e}\nu}$$

soit au final $\frac{A}{Z} \Pi C^2 - \frac{A}{Z-1} \Pi C^2 \geq B_K(Z-1)$

\Rightarrow β^+ et capture électronique: 2 transitions isobariques noyau $(A, Z) \rightarrow$ noyau $(A, Z-1)$

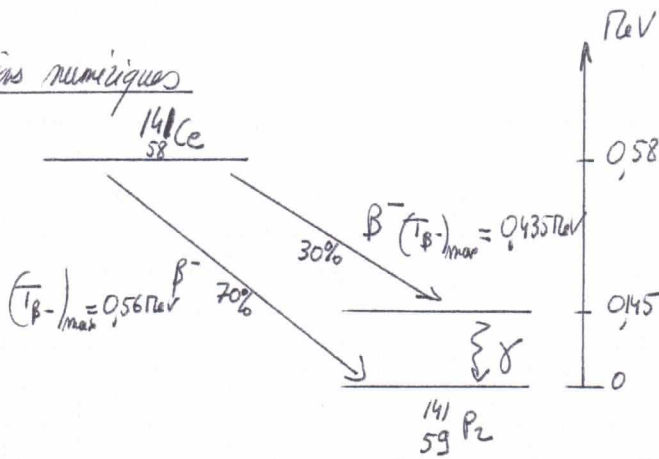
$$B_K(Z-1) \leq 150 \text{ keV} \quad ; \quad 2m_e c^2 = 1022 \text{ keV}$$

si cdt β^+ satisfaite, cdt capture également.

en revanche si $B_K(Z-1) \leq \frac{A}{Z} \Pi C^2 - \frac{A}{Z-1} \Pi C^2 \leq 2m_e c^2$, seule la capture est permise!

2) Applications numériques

a)



$${}_{58}^{141} \Pi C^2 = {}_{59}^{141} \Pi C^2 + T_{\beta^- \text{ max}} + W_{\text{e}\nu}$$

AN: ${}_{58}^{141} \Pi = {}_{59}^{141} \Pi + \frac{(T_{\beta^- \text{ max}} + W_{\text{e}\nu})}{c^2} = \left(140,907596 + \frac{0,58}{931,48} \right) u$

Cas β^- ($T_{\beta^- \text{ max}} = 0,58 \text{ PeV}$) \Rightarrow le noyau ${}^{141}\text{Pr}$ est produit dans son fondamental. $= 140,90829 u$

\Rightarrow comme si désintégration à 2 corps (car antineutrino n'emporte pas d'E)

$$\vec{p}_{\beta^- \text{ max}} + \vec{p}_{\text{recoil}} = \vec{0} \quad \text{en module } |\vec{p}_{\beta^-}| = |\vec{p}_{\text{recoil}}|$$

avec $p_{\text{recoil}} c = \sqrt{2^A \Pi C^2 T_{\text{recoil}}}$ (approximativement non relativiste)

$$p_{\beta^-} c = \sqrt{T_{\beta^- \text{ max}} (T_{\beta^- \text{ max}} + 2m_e c^2)}$$

$$-0.01 \quad \sim \quad 2+1 \quad \sim \quad T_{\text{recul}} = T_{\beta\text{-max}} + T_{\beta\text{-max}}^2 / (2Mc^2)$$

$$\Rightarrow T_{\text{recul}} = T_{\beta\text{-max}} \frac{(T_{\beta\text{-max}} + 2Mc^2)}{2Mc^2}$$

AN: $T_{\beta\text{-max}} = 0,58 \text{ MeV}$

$$\frac{A}{2+1} Mc^2 = \frac{241}{59} \text{ MeV} \sim 141 \times 931,48 = 131,25 \text{ MeV}$$

$$Mc^2 = 0,511 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow T_{\text{recul}} = 3,54 \cdot 10^{-6} \text{ MeV} = 3,54 \text{ eV} \text{ (très négligeable)}$$

b) β^- ?

$$\left(\begin{matrix} 64 \\ 29 \end{matrix} \text{Ni} - \begin{matrix} 64 \\ 30 \end{matrix} \text{Co} \right) c^2 = (63,929759 - 63,929145) \times 931,48 = 0,57 \text{ MeV}$$

$\Rightarrow \beta^-$ possible

$$\left(T_{\beta^-} \right)_{\text{max}} = 0,57 \text{ MeV} (= T_{\nu \text{ max}})$$

l'énergie totale des neutrinos

$$\left. \begin{array}{l} \beta^+? \\ \text{capture?} \end{array} \right\} \left(\begin{matrix} 64 \\ 29 \end{matrix} \text{Cu} - \begin{matrix} 64 \\ 28 \end{matrix} \text{Ni} \right) c^2 = (63,929759 - 63,927958) \times 931,48 = 1,68 \text{ MeV}$$

également tous les deux possibles

$$\Rightarrow \beta^+ \quad T_{\beta^+ \text{ max}} = 1,68 - 1,02 = 0,66 \text{ MeV} (= T_{\nu \text{ max}})$$

$$\Rightarrow \text{capture } K \quad \left(T_{\nu} \right)_{\text{max}} = 1,68 - 0,00834 \sim 1,67 \text{ MeV}$$

Une onde lumineuse subit une réflexion sur un miroir plan, animé d'un mouvement de translation uniforme de vitesse $u = \beta c$ dirigée suivant l'axe Ox du référentiel (R) du laboratoire. Le plan du miroir reste parallèle au plan yOz de (R) . On désigne par i' l'angle d'incidence dans le référentiel (R') lié au miroir.

1° Exprimer les angles d'incidence i_1 et de réflexion i_2 dans (R) en fonction de i' et β .

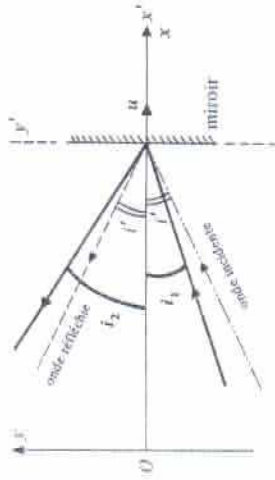


Figure I, 19

2° a) Montrer que l'angle d'incidence i_1 et l'angle de réflexion i_2 dans (R) sont liés par la relation $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\cos i_1 - \beta}{\cos i_2 + \beta}$. Conclusion ?

b) En déduire le rapport ν_2/ν_1 des fréquences de l'onde réfléchie et de l'onde incidente en fonction de i_1, i_2 et β . Que devient ce rapport en incidence normale ?

3° Exprimer la vitesse u du miroir en fonction des sinus des angles i_1, i_2 et $i_1 - i_2$.

Application numérique : Un observateur de (R) mesure $i_2 = 2i_1 = 60^\circ$. Calculer la vitesse u et le rapport ν_2/ν_1 .

Solution

1° • Dans le référentiel (R') , par rapport auquel la loi de réflexion de Descartes est valable, l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion : $i'_1 = i'_2 = i'$. Les composantes de la vitesse de la lumière, sont dans (R') ,

dans (R') $\begin{cases} v'_x = c \cos i' \\ v'_y = c \sin i' \end{cases}$ et dans (R) $\begin{cases} v_x = c \cos i_1 \\ v_y = c \sin i_1 \end{cases}$

— pour le rayon réfléchi

dans (R') $\begin{cases} v'_x = -c \cos i' \\ v'_y = c \sin i' \end{cases}$ et dans (R) $\begin{cases} v_x = -c \cos i_2 \\ v_y = c \sin i_2 \end{cases}$

• D'après la loi de composition des vitesses, les composantes de la vitesse de la lumière sont, dans le référentiel (R) du laboratoire, en tenant compte des relations ci-dessus,

— pour le rayon incident

$$\begin{cases} v_x = \frac{v'_x + u}{1 + uv'_x/c^2} = \frac{c \cos i' + u}{1 + \frac{u}{c} \cos i'} = c \cos i_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_y = v'_y \cdot \frac{\sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 + uv'_x/c^2} = \frac{c \sin i' \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 + \frac{u}{c} \cos i'} = c \sin i_1 \end{cases} \quad (2)$$

— pour le rayon réfléchi

$$\begin{cases} v_x = \frac{-c \cos i' + u}{1 - \frac{u}{c} \cos i'} = -c \cos i_2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} v_y = \frac{c \sin i' \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - \frac{u}{c} \cos i'} = c \sin i_2 \end{cases} \quad (4)$$

On en déduit d'après (1), (2), (3) et (4) respectivement,

$$\cos i_1 = \frac{\cos i' + \beta}{1 + \beta \cos i'} \quad (5)$$

$$\sin i_1 = \sqrt{1 - \beta^2} \frac{\sin i'}{1 + \beta \cos i'} \quad (6)$$

$$\cos i_2 = \frac{\cos i' - \beta}{1 - \beta \cos i'} \quad (7)$$

$$\sin i_2 = \sqrt{1 - \beta^2} \frac{\sin i'}{1 - \beta \cos i'} \quad (8)$$

et

2° — a)

D'après (5), on a :

$$\cos i_1 - \beta = \frac{(1 - \beta^2) \cos i'}{1 + \beta \cos i'} \quad (9)$$

et d'après (7), on a :

$$\cos i_2 + \beta = \frac{(1 - \beta^2) \cos i'}{1 - \beta \cos i'} \quad (10)$$

En divisant (9) et (10), il vient :

$$\frac{\cos i_1 - \beta}{\cos i_2 + \beta} = \frac{1 - \beta \cos i'}{1 + \beta \cos i'} \quad (11)$$

et en divisant (6) et (8), il vient :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{1 - \beta \cos i'}{1 + \beta \cos i'} \quad (12)$$

En comparant (11) et (12), on obtient donc la relation indépendante de i'

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{\cos i_1 - \beta}{\cos i_2 + \beta} \quad (13)$$

Conclusion : $i_1 \neq i_2$, donc la loi de réflexion de Descartes n'est plus valable dans le référentiel du laboratoire par rapport auquel la surface réfléchissante est en mouvement.

2° — b)

• Dans le référentiel (R') lié au miroir, la fréquence ν' de l'onde n'est pas modifiée par réflexion.

• La deuxième composante k_y du quadrivecteur d'onde $\left(\vec{k}, \frac{w}{c}\right)$ reste inchangée lorsqu'on passe du référentiel (R) au référentiel (R'), donc — pour l'onde incidente: $k_{1y} = k'_{1y}$, soit

$$\frac{2\pi\nu_1}{c} \sin i_1 = \frac{2\pi\nu'}{c} \sin i' \quad (14)$$

— pour l'onde réfléchie: $k_{2y} = k'_{2y}$, soit

$$\frac{2\pi\nu_2}{c} \sin i_2 = \frac{2\pi\nu'}{c} \sin i' \quad (15)$$

En comparant (14) et (15), il vient $\nu_1 \sin i_1 = \nu_2 \sin i_2$; donc la réflexion de l'onde s'accompagne d'un changement de fréquence dans (R), tel que

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} \quad \text{soit, d'après (13),} \quad \boxed{\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\cos i_1 - \beta}{\cos i_2 + \beta}}$$

2° — c)

Cas particulier : en incidence normale on a

$$i_1 = i_2 = 0 \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

Ce résultat était prévisible ; en effet, les formules traduisant l'effet Doppler longitudinal s'écrivent (cf. Problème n° 15) :

$$\nu' = \nu_1 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \quad \text{et} \quad \nu' = \nu_2 \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}, \quad \text{donc} \quad \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta}$$

3° D'après (13), on a : $\sin i_2 \cos i_1 - \sin i_1 \cos i_2 = \beta (\sin i_1 + \sin i_2)$

ou

$$\boxed{u = c \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin i_1 + \sin i_2}}$$

Application numérique : $u = \frac{c}{1 + \sqrt{3}} = 0,366 c$ et $\frac{\nu_2}{\nu_1} = 0,58$.